

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ROÃN THỊ NGÂN

MỘT SỐ LỚP TOÁN TỬ LÔGIC MỜ
CHO TẬP MỜ BỨC TRANH VÀ ỨNG DỤNG

Chuyên ngành: Toán ứng dụng

Mã số: 9460112.01

DỰ THẢO TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

Hà Nội, 2020

Công trình được hoàn thành tại: Khoa Toán - Cơ - Tin học
Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội.

Người hướng dẫn khoa học:

1. PGS. TSKH. Bùi Công Cường
2. PGS. TS. Lê Hoàng Sơn

Phản biện 1:

Phản biện 2:

Luận án sẽ được bảo vệ trước Hội đồng cấp Đại học Quốc gia chấm luận án tiến sĩ họp tại: Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội vào hồigiờ, ngày.....tháng.....năm 20...

Có thể tìm hiểu luận án tại:

- Thư viện Quốc gia Việt Nam,
- Trung tâm Thông tin - Thư viện, Đại học Quốc gia Hà Nội.

1. GIỚI THIỆU & KIẾN THỨC CHUẨN BỊ

1.1 Các vấn đề

Lý thuyết hệ mờ trực cảm được nghiên cứu và ứng dụng trong nhiều lĩnh vực, nhưng vẫn tồn tại một số vấn đề, chẳng hạn như sau:

Vấn đề 1: Độ đo mờ trực cảm.

- Một vài độ đo chưa từng được phát triển cho các tập mờ trực cảm, chẳng hạn độ đo xấp xỉ của Pappis [70].

- Một vài độ đo khoảng cách không thỏa mãn điều kiện liên quan đến quan hệ bao hàm giữa các tập, nghĩa là nếu $A \subseteq B \subseteq C$, thì $d(A, B) \leq d(A, C)$ và $d(B, C) \leq d(A, C)$.

- Các độ đo hiện có xét điều kiện để xảy ra đánh giá ngang bằng chưa được chặt chẽ.

Vấn đề 2: Biểu diễn mờ trực cảm.

- Trên các biểu diễn hiện có của các tập mờ trực cảm, việc xây dựng một quan hệ thứ tự toàn phần khá phức tạp do phải thông qua nhiều bước đánh giá, chẳng hạn quan hệ thứ tự của Xu và Yager [120] dựa trên các hàm trung gian là hàm điểm $S = \mu - \nu$, và hàm chính xác $H = \mu + \nu$. Như một hệ quả, rất khó để phân tích các tính chất của các độ đo và các toán tử logic mờ trực cảm.

- Nếu ta xét độ thuộc và độ không thuộc trong 2 chiều, thì tập mờ trực cảm hiện có sẽ khó tiếp cận các thông tin đa chiều của các bài toán phức tạp.

1.2 Tổng quan

1.2.1 Độ đo mờ trực cảm

Như một nội dung quan trọng trong toán học mờ và mờ trực cảm, các độ đo xấp xỉ, độ đo khoảng cách, độ đo sự khác biệt và độ đo tương tự [13], [17], [20], [28], [34], [43], [70], [128] của các tập mờ và mờ trực cảm đã thu hút nhiều nhà nghiên cứu từ nhiều lĩnh vực. Szmidt and Kacprzyk [100] đã đề xuất bốn độ đo khoảng cách dựa trên việc giải thích hình học. Sau đó, Grzegorzewski [38], Szmidt và Kacprzyk [103] đã sửa đổi những độ đo này. Thêm nữa, Wang và Xin [115], Park và cộng sự [71], Yang và Chiclana [122], Hatzimichailidis và cộng sự [41] đã đề xuất một số độ đo khoảng cách và độ đo tương tự cho các tập mờ trực cảm. Maheshwari và Srivastava [60] đã

nghiên cứu về các độ đo sự khác biệt. Định nghĩa của độ đo sự khác biệt giữa các tập mờ trực cảm [60] là dựa trên các đặc tính cơ bản của các độ đo khoảng cách, ngoại trừ điều kiện về quan hệ bao hàm giữa các tập mờ trực cảm. Ta có thể coi độ đo sự khác biệt như một trường hợp riêng của độ đo khoảng cách. Các thảo luận thêm về các độ đo này có thể tìm thấy trong các tài liệu [66]- [72], [99].

1.2.2 Biểu diễn mờ trực cảm

Các tập mờ Zadeh được biểu diễn thông qua một hàm thuộc, trong khi các tập mờ trực cảm của Atanossov được mô tả bởi hai hàm là hàm thuộc và hàm không thuộc. Năm 2002, Smarandache đã giới thiệu các tập trung tính (neutrosophic) đơn giá trị [90], ở đó một phần tử z trong không gian \tilde{Z} được đánh giá bởi một bộ ba bao gồm độ thuộc thực, độ thuộc không xác định, và độ thuộc giả với giá trị thuộc $[0, 1]$. Cũng với ba tham số như vậy và thỏa mãn thêm điều kiện tổng của chúng thuộc $[0, 1]$, khái niệm tập mờ bức tranh được giới thiệu bởi Cường năm 2013 [25] mô tả độ thuộc tích cực, độ thuộc trung lập và độ thuộc tiêu cực. Thêm nữa, năm 2012, Torra đã đề xuất khái niệm tập mờ do dự [107] với hàm do dự h thỏa mãn điều kiện khi chiếu lên một tập \tilde{Z} thì trả về một tập con của $[0, 1]$.

Với khả năng nắm bắt các đặc tính ghép và truyền tải thông tin nhiều mặt, các số phức đã được đề xuất trong việc mở rộng lý thuyết mờ để giải quyết các bài toán phức tạp. Năm 2002, tập mờ phức (CFS) [79] được giới thiệu bởi Ramot thông qua hàm thuộc phức ở dạng cực. Tương tự, tập mờ trực cảm phức (CIFFS) được giới thiệu bằng cách bổ sung hàm không thuộc trong dạng cực của số phức [6]. Gần đây, Tamir và cộng sự [104] đã đề xuất một cách thức mới để kết hợp số phức trong biểu diễn của tập mờ trực cảm, ở đó các hàm thuộc và không thuộc được biểu diễn một cách tương ứng như các phần thực và ảo của một hàm phức trong dạng đại số.

1.2.3 Chẩn đoán y khoa

Gần đây, có các phương pháp ra quyết định chẳng hạn như các hệ suy diễn mờ (hệ Mandani, hệ Takagi – Sugeno, hệ Tsukamoto), các hệ suy diễn mờ trực cảm, các phương pháp học máy, and và các phương pháp học sâu. Trong y tế, mô hình chẩn đoán là rất đa dạng, chẳng hạn các hệ thống suy diễn dựa trên các độ đo của Grzegorzewski [38], Hatzimichailidis và cộng sự [41], Park và cộng sự [71], Szmids và Kacprzyk [100], [103], Wang và Xin [115],

Yang và Chiclana [122]. Mô hình suy diễn của Sanchez [88] đã sử dụng quan hệ mờ để biểu diễn các mối quan hệ giữa bệnh nhân và triệu chứng, giữa triệu chứng và bệnh, giữa bệnh nhân và bệnh. De và cộng sự [27] đã phát triển phương pháp của Sanchez cho môi trường mờ trực cảm.

Hơn thế nữa, có nhiều phương pháp học máy đã được sử dụng gần đây trong hỗ trợ chẩn đoán nha khoa, chẳng hạn hệ suy diễn mờ (FIS) [68], phương pháp k hàng xóm gần nhất mờ (FKNN) [18], một tiếp cận lai tạo các phương pháp gồm ra quyết định, phân lớp, và phân đoạn có tên là hệ thống chẩn đoán nha khoa (DDS) [97], các phương pháp cây bao trùm (GCK, GCP), và phân cụm lan truyền hấp dẫn (APC) [110].

1.3 Động lực

- Do một số độ đo hiện có mới chỉ được nghiên cứu cho các tập mờ, nên việc phát triển chúng cho các tập mờ trực cảm là một công việc cần thiết và khả thi.
- Một phân tích chặt chẽ về các tiên đề của một quan hệ bao hàm mờ trực cảm là cần thiết, và quan hệ này nên được xem xét như là một trong những tiêu chí để xây dựng một độ khoảng cách.
- Trong một vài trường hợp, các độ đo khoảng cách hiện có đưa ra các đánh giá không thực sự thuyết phục. Cụ thể, sự tương đồng giữa các tập mờ trực cảm nên được đánh giá nghiêm ngặt hơn. Do đó, cần thiết mở rộng các yếu tố đánh giá trong việc thiết lập các độ đo.
- Cần nghiên cứu một biểu diễn của các tập mờ trực cảm mà trên đó việc xây dựng quan hệ thứ tự toàn phần là không quá phức tạp, từ đó tạo điều kiện để thiết lập các toán tử logic mờ trực cảm.
- Các biểu diễn hiện có của các tập mờ trực cảm là biểu diễn hai chiều. Chúng cần được mở rộng để tiếp cận các vấn đề phức tạp với thông tin đa chiều.
- Về mặt ứng dụng, việc giải quyết các hạn chế đã được chỉ ra của hệ thống mờ trực cảm trong chẩn đoán y khoa sẽ cải thiện độ chính xác của chẩn đoán.

1.4 Mục tiêu

1. *Độ đo mờ trực cảm:*

- Khảo sát và phân tích các độ đo mờ và mờ trực cảm hiện có.
- Nghiên cứu và đề xuất các độ đo mờ trực cảm mới nhằm vượt qua các

hạn chế của các độ đo trước đó.

2. Biểu diễn mờ trực cảm:

- Khảo sát và phân tích các biểu diễn hiện có của các tập mờ trực cảm. Từ đó, nghiên cứu và đề xuất các biểu diễn mới với các lợi thế được mong đợi.
- Xây dựng các độ đo mới trên các biểu diễn mờ trực cảm đề xuất.

3. Ứng dụng trong chẩn đoán y khoa:

- Phát triển các hệ thống suy diễn mờ trực cảm mới dựa trên các độ đo và biểu diễn đề xuất cho bài toán ra quyết định trong y tế.
- Thực nghiệm trên dữ liệu y tế chuẩn và so sánh với các phương pháp liên quan.

1.5 Tiếp cận nghiên cứu

1.5.1 Độ đo mờ trực cảm

- *Tiếp cận 1*: Năm 2001, Cai [17] đã giới thiệu độ đo đồng đẳng δ cho các tập mờ, ở đó hai tập mờ A và B được gọi là đồng đẳng δ nếu $\sup_x |\mu_A(x) - \mu_B(x)| \leq 1 - \delta$, với $0 \leq \delta \leq 1$. Lấy cảm hứng từ việc đánh giá các độ thuộc trong khái niệm độ đo đồng đẳng δ của Cai, khái niệm độ đo đồng đẳng δ giữa hai tập mờ trực cảm sẽ được xây dựng dựa trên việc bổ sung một đánh giá tương tự trên các độ không thuộc.

- *Tiếp cận 2*: Szmidt & Kacprzyk [100] đã giới thiệu độ đo khoảng cách Hamming giữa hai tập mờ trực cảm A và B như sau

$$d(A, B) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (|\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)| + |\nu_A(x_i) - \nu_B(x_i)|).$$

Độ đo này sẽ gia tăng tính nghiêm ngặt khi đánh giá $d(A, B) = 0$ nếu việc đánh giá chéo giữa các độ thuộc và độ không thuộc được xem xét, tức là, bổ sung việc xem xét $|\mu_A - \nu_A|$ và $|\mu_B - \nu_B|$ vào công thức độ đo. Nghiên cứu này sẽ phát triển một độ đo khoảng cách mờ trực cảm mới dựa trên việc bổ sung đánh giá chéo này và dựa trên việc kiểm tra điều kiện liên quan đến một quan hệ thứ tự thích hợp.

1.5.2 Biểu diễn mờ trực cảm

- *Tiếp cận 1*: Gần đây, Tamir và cộng sự [104] đã giới thiệu một biểu diễn của tập mờ trực cảm thông qua hàm phức ở dạng đại số $z = \mu + j\nu$, ở đó

μ và ν tương ứng là cả hàm thuộc và không thuộc. Tuy nhiên, một nhược điểm của hình thức này là quan hệ thứ tự được xây dựng trên đó không phải một quan hệ thứ tự toàn phần. Theo sau nghiên cứu của Tamir và cộng sự [104], hàm phức ở dạng cực $z = re^{j\theta} = r(\cos \theta + j \sin \theta)$, ở đó $r = |z|$ và $\theta = \arg(z)$ sẽ cung cấp một biểu diễn mới của các tập mờ trực cảm dựa trên hai hàm đánh giá mới, đó là hàm mô đun r và hàm đối số θ .

- *Tiếp cận 2*: Như một mở rộng của hệ thống số phức, một số quaternion có dạng $a + bi + cj + dk$, ở đó i, j, k là các căn bậc hai của -1 , với điều kiện $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$, và a, b, c, d là các số thực. Mở rộng nghiên cứu của Tamir và cộng sự [104], nghiên cứu này phát triển một biểu diễn mờ trực cảm dựa trên các số quaternion, đề xuất này có lợi thế về việc biểu diễn thông tin theo nhiều chiều.

Từ các biểu diễn mới, các quan hệ thứ tự và độ đo khoảng cách mới sẽ được hình thành.

1.6 Đóng góp

1. *Độ đo mờ trực cảm*: Độ đo đồng đẳng δ và độ đo khoảng cách H-max.
2. *Biểu diễn mờ trực cảm*:
 - Một biểu diễn mới của hệ thống mờ trực cảm dựa trên các số phức và một độ đo mới tên là khoảng cách P .
 - Một biểu diễn mới của hệ thống mờ trực cảm dựa trên các số quaternion và một độ đo quaternion.
3. *Ứng dụng trong chẩn đoán y khoa*:
 - Một hệ thống ra quyết định mờ trực cảm dựa trên độ đo đồng đẳng δ .
 - Hai mô hình chẩn đoán y tế từ dữ liệu thực và dữ liệu ảnh dựa trên độ đo H-max.
 - Một mô hình ra quyết định mờ trực cảm phức.
 - Một phương pháp độ đo quaternion cho bài toán ra quyết định.

1.7 Dữ liệu y tế

Cho việc thử nghiệm các mô hình chẩn đoán đề xuất trong luận án, dữ liệu y tế chuẩn được lấy trên kho dữ liệu học máy chuẩn UCI chẳng hạn Heart, ILPD, PIDD, Liver-Disorders (LD), Haberman's Survival Data Set (HS), Ecoli Data Set (Ecoli), Diabetic Retinopathy Debrecen Data Set (DRD), Dermatology Data Set (Dermal), Cardiotocography Data Set (CTG), và Breast

Cancer Wisconsin (Original) Data Set (BCW). Ngoài ra, bộ dữ liệu Diabetes được lấy từ dữ liệu của trường đại học Vanderbilt [29]. Các bộ dữ liệu này bao gồm hai phân lớp, các mô tả đặc tính của chúng là các số thực, và ở đây mỗi đối tượng tương ứng với một bản ghi.

Hơn nữa, mô hình chẩn đoán từ ảnh sẽ được thử nghiệm trên bộ dữ liệu ảnh từ nguồn dữ liệu của trường đại học Y Hà Nội. Nó bao gồm 56 ảnh nha khoa (X-quang) với 5 nhãn bệnh, đó là Decay, Root fracture, Missing teeth, Resorption of periodontal bone, và Include teeth.

1.8 Tiêu chí đánh giá

- Độ chính xác: Hai chỉ số được sử dụng để đánh giá độ chính xác của các thuật toán là MSE (Mean Squared Error) and MAE (Mean Absolute Error).
- Thời gian tính toán: Tốc độ của các thuật toán trong thực nghiệm được đo bằng giây (sec).

1.9 Kiến thức chuẩn bị

1.9.1 Tập mờ và tập mờ trực cảm

1.9.2 Thứ tự và các toán tử mờ trực cảm

1.9.3 Quan hệ và các độ đo tương tự mờ trực cảm

Định nghĩa 0.1. [115] Một ánh xạ $d : IFS(X) \times IFS(X) \rightarrow R$ là một độ đo khoảng cách của các tập mờ trực cảm nếu nó thỏa mãn đầy đủ các điều kiện sau:

i, $d(A, B) \geq 0$ và $d(A, B) = d(B, A)$.

ii, $d(A, B) = 0$ nếu và chỉ nếu $A = B$.

iii, Nếu $A \subseteq B \subseteq C$ thì $d(A, C) \geq d(A, B)$ và $d(A, C) \geq d(B, C)$.

Định nghĩa 0.2. [17] Cho $A, B \in IF(U)$, khi đó A và B được gọi là đồng đẳng δ , $A = (\delta) B$, nếu

$$\sup_{x \in U} |\mu_A(x) - \mu_B(x)| \leq 1 - \delta, \quad 0 \leq \delta \leq 1. \quad (1)$$

Dưới đây là một số các độ đo hiện có.

- 1) Độ đo khoảng cách Hamming của Szmidt & Kacprzyk năm 2000 [100].
- 2) Độ đo khoảng cách Euclid của Szmidt & Kacprzyk năm 2000 [100].
- 3) Độ đo khoảng cách của Szmidt & Kacprzyk năm 2004 [103].
- 4) Độ đo khoảng cách Hausdorff của Grzegorzewski năm 2004 [38].

- 5) Độ đo khoảng cách của Wang và Xin năm 2005 [115].
- 6) Độ đo khoảng cách của Park và cộng sự năm 2009 [71].
- 7) Độ đo sự khác biệt của Maheshwari và Srivastava năm 2016 [60].

1.9.4 Tập mờ phức và tập mờ trực cảm phức

Năm 2012, Alkouri và cộng sự [6], [8] đã đề xuất tập mờ trực cảm phức dựa trên khái niệm tập mờ phức CFS của Ramot [79] bằng việc bổ sung hàm không thuộc giá trị phức.

Định nghĩa 0.3. [6] Một tập mờ trực cảm phức S trên U được đặc trưng bởi hàm thuộc $\mu_S(x) = r_S(x) \cdot e^{j\omega_{\mu_S}(x)}$ và hàm không thuộc $\gamma_S(x) = k_S(x) \cdot e^{j\omega_{\gamma_S}(x)}$, ở đó $i = \sqrt{-1}$; $r_S(x)$ và $k_S(x)$ thuộc $[0, 1]$ thỏa mãn $0 \leq r_S(x) + k_S(x) \leq 1$; $\omega_{\mu_S}(x)$ và $\omega_{\gamma_S}(x)$ nhận giá trị thực.

Năm 2016, các số phức ở dạng đại số đã được sử dụng trong biểu diễn các tập mờ trực cảm theo một cách thức đơn giản hơn.

Định nghĩa 0.4. (Tamir và cộng sự [104]) Cho \ddot{A} là một tập mờ trực cảm được mô tả bởi hàm phức $\ddot{z} = \ddot{\mu} + j\ddot{\nu}$, ở đó $\ddot{\mu}, \ddot{\nu} : \ddot{X} \rightarrow [0, 1]$ thỏa mãn $\ddot{\mu} + \ddot{\nu} \in [0, 1]$ tương ứng là các hàm thuộc và không thuộc. \ddot{A} được biểu diễn như sau:

$$\ddot{A} = \{(\ddot{x}, \ddot{z}) \mid \ddot{x} \in \ddot{X}, \ddot{z} = \ddot{\mu}(x) + j\ddot{\nu}(x)\}. \quad (2)$$

1.9. Hệ mờ trực cảm

1.10 Cấu trúc luận án

- **Chương 1** thảo luận các vấn đề chính and cơ sở lý thuyết liên quan đến luận án.
- **Chương 2** trình bày hai độ đo mới tên là đồng đẳng δ và khoảng cách H-max cho hệ mờ trực cảm, các tính chất của chúng và ứng dụng trong chẩn đoán y khoa.
- **Chương 3** đưa ra các biểu diễn mới của hệ mờ trực cảm dựa trên các số phức và số quaternion, và ứng dụng của chúng trong chẩn đoán y khoa.

Cuối cùng, luận án đưa ra các kết luận và tóm lược các kết quả thu được trong luận án và khuyến nghị các nghiên cứu trong tương lai.

1.11 Kết luận chương

Chương này phát biểu các vấn đề nghiên cứu và thảo luận tổng quan về các độ đo và biểu diễn mờ trực cảm, và ứng dụng của chúng trong chẩn đoán y khoa. Các mục tiếp theo bao gồm động lực, mục tiêu và tiếp cận nghiên

cứu. Chương này cũng trình bày các đóng góp nghiên cứu, dữ liệu và các tiêu chí đánh giá thực nghiệm được sử dụng trong luận án. Thêm nữa, các định nghĩa và công thức liên quan được đưa ra trong phần kiến thức chuẩn bị. Cuối cùng cấu trúc luận án được trình bày.

2. THIẾT KẾ CÁC KHOẢNG CÁCH MỚI CHO HỆ MỜ TRỰC CẢM

2.1 Giới thiệu

Trong chương này, chúng tôi đề xuất một khái niệm mới đó là độ đo đồng đẳng δ cho các tập mờ trực cảm nhằm mở rộng nghiên cứu của Cai [17]. Thêm nữa, chúng tôi bình luận về các quan hệ thứ tự mờ trực cảm và đề xuất một độ đo khoảng cách mờ trực cảm mới có xét đến đánh giá chéo tên là H-max. Bên cạnh các tính chất cơ bản, chúng tôi cũng chỉ ra một số kết quả mới của các độ đo đề xuất dựa trên các toán tử mờ trực cảm. Chương này cũng trình bày các mô hình chuẩn đoán y khoa được xây dựng từ các độ đo đồng đẳng δ và khoảng cách H-max. Chúng được thực nghiệm trên các bộ dữ liệu thực. Thêm nữa, một phương pháp mới cho bài toán chẩn đoán y khoa từ ảnh dựa trên độ đo Modified H-max được đề xuất và đánh giá thực nghiệm.

2.2 Đồng đẳng δ

2.2.1 Đồng đẳng δ của các tập mờ trực cảm

Định nghĩa 0.5. Cho U là một không gian nền và $A, B \in \text{IFS}(U)$. Khi đó, A và B được gọi là đồng đẳng δ nếu và chỉ nếu

$$\sup_{u \in U} |\mu_A(u) - \mu_B(u)| \leq 1 - \delta \quad \text{và} \quad \sup_{u \in U} |\nu_A(u) - \nu_B(u)| \leq 1 - \delta, \quad (3)$$

với mọi $u \in U$ và $0 \leq \delta \leq 1$. Ta có thể viết $A = (\delta) B$.

Mệnh đề 0.1. Cho $A, B \in \text{IFS}(U)$. Khi đó

1. $A = (0) B$,
2. $A = (1) B$ nếu và chỉ nếu $A = B$, và $A = (\delta) B$ nếu và chỉ nếu $B = (\delta) A$,
3. $A = (\delta_1) B$ và nếu $\delta_1 \geq \delta_2$, thì $A = (\delta_2) B$,

4. Nếu $A = (\delta_\alpha)B$ với mọi $\alpha \in J$, ở đó J là một tập chỉ số, thì $A = (\sup \delta_\alpha)B$,

5. Với mọi A và B , tồn tại duy nhất δ sao cho $A = (\delta)B$ và nếu $A = (\delta')B$, thì $\delta' \leq \delta$.

Mệnh đề 0.2. Cho $A, B, C \in IFS(U)$, $A = (\delta_1)B$, và $B = (\delta_2)C$, thì $A = (\delta_1 * \delta_2)C$, ở đó $\delta_1 * \delta_2 = \max(0, \delta_1 + \delta_2 - 1)$ (t-chuẩn Lukasevich).

Mệnh đề 0.3. Cho $A, B \in IFS(U)$ và $A = (\delta)B$. Khi đó, $A^c = (\delta)B^c$.

Mệnh đề 0.4. Cho $A_1, A_2, B_1, B_2 \in IFS(U)$, $A_1 = (\delta_1)B_1$, và $A_2 = (\delta_2)B_2$, khi đó $A_1 \cap A_2 = (\min(\delta_1, \delta_2))B_1 \cap B_2$.

Mệnh đề 0.5. Cho $A_\alpha, B_\alpha \in IFS(U)$, với mọi $\alpha \in J$, ở đó J là một tập chỉ số. Cho $A_\alpha = (\delta_\alpha)B_\alpha$ với mọi $\alpha \in J$. Giả sử $\bigcap_{\alpha \in J} A_\alpha$ biểu diễn giao của $\{A_\alpha : \alpha \in J\}$ và $\bigcap_{\alpha \in J} B_\alpha$ biểu diễn giao của $\{B_\alpha : \alpha \in J\}$, và $\mu_{\bigcap_{\alpha \in J} A_\alpha}(u) = \inf_{\alpha \in J} \mu_{A_\alpha}(u)$, $\nu_{\bigcap_{\alpha \in J} A_\alpha}(u) = \sup_{\alpha \in J} \nu_{A_\alpha}(u)$, $\mu_{\bigcap_{\alpha \in J} B_\alpha}(u) = \inf_{\alpha \in J} \mu_{B_\alpha}(u)$, $\nu_{\bigcap_{\alpha \in J} B_\alpha}(u) = \sup_{\alpha \in J} \nu_{B_\alpha}(u)$ tương ứng là các hàm thuộc và hàm không thuộc của chúng. Khi đó, $\bigcap_{\alpha \in J} A_\alpha = (\inf_{\alpha \in J} \delta_\alpha) \bigcap_{\alpha \in J} B_\alpha$.

Hệ quả 0.1. Cho $A_{\alpha\beta}, B_{\alpha\beta} \in IFS(U)$, $\forall \alpha \in J_1, \beta \in J_2$ ở đó J_1 và J_2 là các tập chỉ số. Cho $A_{\alpha\beta} = (\delta_{\alpha\beta})B_{\alpha\beta}$; $\alpha \in J_1$ và $\beta \in J_2$. Khi đó,

$$\bigcup_{\alpha \in J_1} \bigcap_{\beta \in J_2} A_{\alpha\beta} = \left(\inf_{\alpha \in J_1} \inf_{\beta \in J_2} \delta_{\alpha\beta} \right) \bigcup_{\alpha \in J_1} \bigcap_{\beta \in J_2} B_{\alpha\beta}, \quad (4)$$

$$\bigcap_{\alpha \in J_1} \bigcup_{\beta \in J_2} A_{\alpha\beta} = \left(\inf_{\alpha \in J_1} \inf_{\beta \in J_2} \delta_{\alpha\beta} \right) \bigcap_{\alpha \in J_1} \bigcup_{\beta \in J_2} B_{\alpha\beta}. \quad (5)$$

Hệ quả 0.2. Cho $A_k, B_k \in IFS(U)$, $A_k = (\delta_k)B_k$, $k = 1, 2, \dots$, và

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k=n}^{\infty} A_k, \quad \liminf_{n \rightarrow \infty} A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} \bigcap_{k=n}^{\infty} A_k, \quad (6)$$

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} B_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k=n}^{\infty} B_k, \quad \liminf_{n \rightarrow \infty} B_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} \bigcap_{k=n}^{\infty} B_k. \quad (7)$$

Khi đó $\limsup_{n \rightarrow \infty} A_n = (\inf_{n \geq 1} \delta_n) \limsup_{n \rightarrow \infty} B_n$, $\liminf_{n \rightarrow \infty} A_n = (\inf_{n \geq 1} \delta_n) \liminf_{n \rightarrow \infty} B_n$.

Mệnh đề 0.6. Cho $A_i, B_i \in IFS(U)$, $A_i = (\delta_i)B_i$ ($i = 1; 2$), khi đó $A_1 A_2 = (\delta_1 * \delta_2)B_1 B_2$, ở đây $\mathcal{T}_2(x, y) = (x_1 y_1, x_2 + y_2 - x_2 y_2)$, $\forall x, y \in L^*$.

Ngoài ra, một số kết quả khác cũng được trình bày trong mục này.

2.2.2 Đồng đẳng δ cho các quan hệ mờ trực cảm

2.3 Khoảng cách H-Max

2.3.1 Độ đo khoảng cách H-max cho các tập mờ trực cảm

Chúng tôi phân tích quan hệ bao hàm giữa IFSs và đề xuất một độ đo khoảng cách mới của IFSs, gọi là H-max, sử dụng quan hệ bao hàm được giới thiệu trong [9].

Định nghĩa 0.6. Cho A và B là hai IFSs trên $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$. Khi đó, **độ đo H-max** của A và B được xác định như sau.

$$d_{Hm}(A, B) = \frac{1}{3m} \sum_{i=1}^m (|\mu_1(x_i) - \mu_2(x_i)| + |\nu_1(x_i) - \nu_2(x_i)| + C(x_i)), \quad (8)$$

ở đây $C(x_i) = |\max\{\mu_1(x_i), \nu_2(x_i)\} - \max\{\mu_2(x_i), \nu_1(x_i)\}|$ được gọi là đánh giá chéo.

Mệnh đề 0.7. Cho A, B và C là ba IFSs trên $X = \{x_1, \dots, x_m\}$. Khi đó $d_{Hm}(A, B)$ được xác định bởi (8) là một độ đo khoảng cách của IFSs, tức là, $d_{Hm}(A, B)$ thỏa mãn các điều kiện sau:

P1. $0 \leq d_{Hm}(A, B) \leq 1$ và $d_{Hm}(A, B) = d_{Hm}(B, A)$.

P3. $d_{Hm}(A, B) = 0 \Leftrightarrow A = B$.

P4. $A \subseteq B \subseteq C \Rightarrow d_{Hm}(A, C) \geq d_{Hm}(A, B), d_{Hm}(A, C) \geq d_{Hm}(B, C)$.

Một vài tính chất khác của $d_{Hm}(A, B)$ như sau:

P5. $d_{Hm}(A, B) = d_{Hm}(A^C, B^C)$ và $d_{Hm}(A, B^C) = d_{Hm}(A^C, B)$.

P7. $d_{Hm}(A, A^C) = 1$ nếu và chỉ nếu A là một tập rỗng.

P8. $d_{Hm}(A, A^C) = 0$ nếu và chỉ nếu $\mu(A) = \nu(A), \forall x \in X$.

Mệnh đề 0.8. Cho d là độ đo khoảng cách H-max trên L^* . Khi đó

$$d((x_1, x_2), (x_2, x_1)) = |x_1 - x_2|, \forall (x_1, x_2) \in L^*,$$

$$d((x_1, 1 - x_1), (1, 0)) = 1 - x_1, \quad d((x_1, 1 - x_1), (0, 1)) = x_1, \forall x_1 \in [0, 1].$$

Mệnh đề 0.9. Cho d là độ đo khoảng cách H-max trên L^* . Khi đó

$$d((0, 0), (a, 0)) = d((0, 0), (0, a)) < d((0, a), (a, 0)), \forall a \in (0, 1], \quad (9)$$

$$d((0, 0), (a, 0)) = d((0, 0), (0, a)) = d((0, 0), (a, a)), \forall a \in (0, 0.5]. \quad (10)$$

Mệnh đề 0.10. Cho x, y, z là các phần tử phân biệt trong L^* thỏa mãn $|x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| = |x_1 - z_1| + |x_2 - z_2|$. Khi đó, $d_{Hm}(x, y) < d_{Hm}(x, z)$ nếu và chỉ nếu $|\max\{x_1, y_2\} - \max\{y_1, x_2\}| < |\max\{x_1, z_2\} - \max\{z_1, x_2\}|$.

Ngoài ra, một số kết quả khác cũng được trình bày trong mục này.

2.3.2 Độ đo khoảng cách của IFSs với t-chuẩn và t-đối chuẩn mờ trực cảm

Trong phần này, chúng tôi kết hợp sự phân lớp của các t-chuẩn và t-đối chuẩn mờ trực cảm t-biểu diễn được [51] với một số tính chất của độ đo khoảng cách đề xuất.

Mệnh đề 0.11. Cho d là khoảng cách H-max trên $IFS(X = \{x_1, \dots, x_m\})$. Cho $(\cap_{\mathcal{T}_1}, \cup_{\mathcal{S}_1}, {}^{C_N})$ và $(\cap_{\mathcal{T}_2}, \cup_{\mathcal{S}_2}, {}^{C_N})$ là hai bộ ba De-Morgan, và cho $\mathcal{T}_1 = (t_1, s_1)$ là nilpotent và $\mathcal{T}_2 = (t_2, s_2)$ là chặt với f là hàm sinh của t_1 và t_2 và f cũng là hàm đối sinh của s_1 và s_2 . Cho \mathcal{N} một phép phủ định cuộn, giảm chặt. Khi đó, trên $IFS(X)$, ta có

- 1) $d((A \cap_{\mathcal{T}_1} B), A) \geq d(A \cap_{\mathcal{T}_1} B, A \cap_{\mathcal{T}_2} B)$, $d(A \cap_{\mathcal{T}_1} B, A) \geq d(A \cap_{\mathcal{T}_2} B, A)$,
- 2) $d((A \cap_{\mathcal{T}_1} B)^{C_N}, A^{C_N}) \geq d((A \cap_{\mathcal{T}_1} B)^{C_N}, (A \cap_{\mathcal{T}_2} B)^{C_N})$,
- 3) $d((A \cap_{\mathcal{T}_1} B)^{C_N}, A^{C_N}) \geq d((A \cap_{\mathcal{T}_2} B)^{C_N}, A^{C_N})$, và một số tính chất khác.

2.4 Các ứng dụng trong chuẩn đoán y khoa trên dữ liệu UCI

2.4.1 Các thuật toán

2.4.1.1 Đồng đẳng δ

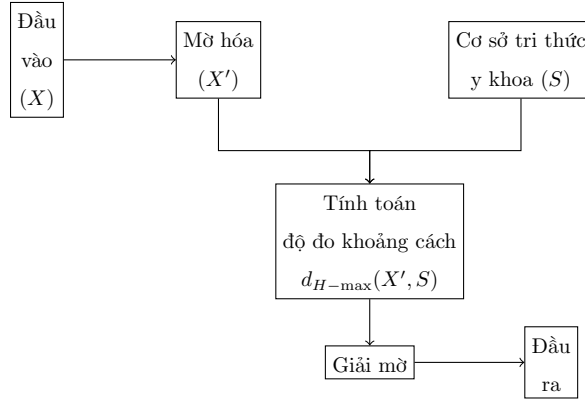
- Xác định quan hệ giữa bệnh nhân và triệu chứng dựa trên độ đo đồng đẳng δ .
- Xây dựng quan hệ giữa triệu chứng và chẩn đoán.
- Xác định chẩn đoán trên cơ sở hợp thành các quan hệ.

2.4.1.2 Khoảng cách H-max

2.4.2 Các ví dụ số

2.4.3 Thực nghiệm

Chúng tôi so sánh phương pháp đề xuất (N) với các phương pháp chẩn đoán liên quan của De và cộng sự [27] (D), Samuel và Balamurugan [87] (SB), Szmids và Kacprzyk [103] (SK), Zhang và cộng sự [130] (Z), Hung và Yang [47] (HY-2 với độ đo tương tự), Wang và Xin [115] (WX), Vlachos và Sergiadis [114] (VS-2 với độ đo sự khác biệt), Zhang và Jiang [127] (ZJ),



Hình 1: Mô hình đề xuất cho chẩn đoán y khoa.

Maheshwari và Srivastava [60] (SA) và Support Vector Machine (SVM) trên các bộ dữ liệu chuẩn bao gồm Heart, ILPD, PIDD, LD và Diabetes.

Phương pháp H-max được so sánh thực nghiệm với các phương pháp của Szmids & Kacprzyk [100], [103] (SK2), Wang & Xin [115] (WX), Vlachos & Sergiadis [114] (VS), Zhang & Jiang [127] (ZJ), Wei và cộng sự [117] & Hung [45] (W), Jujun và cộng sự [49] (J) và Maheshwari & Srivastava [60] (SA) trên 11 bộ dữ liệu đã đề cập.

Nhìn chung, các giá trị MAE của các thuật toán đã đề xuất là tốt hơn của các thuật toán khác. Thời gian chạy thực nghiệm của các phương pháp đề xuất không chênh lệch lớn so với của các phương pháp khác.

2.5 Một ứng dụng trong chẩn đoán y khoa từ ảnh nha khoa

Vấn đề: Dự đoán bệnh nha khoa từ ảnh nha khoa X-quang. Tập nhãn bệnh bao gồm "missing teeth", "resorption of periodontal bone", "includse teeth", "decay", và "root fracture".

Các đặc trưng được trích xuất: Năm đặc trưng cơ bản của ảnh X-quang được trích xuất, đó là EEI, GRA, LBP, Pat, và RGB [86].

Độ đo đề xuất:

Định nghĩa 0.7. Cho A và B thuộc IFS($U = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$). Độ đo modified H-max được định nghĩa như sau

$$d(A, B) = \sum_{i=1}^m w_i (u_1 \cdot d_\mu(x_i) + u_2 \cdot d_\nu(x_i) + u_3 \cdot d_{\mu\nu}(x_i)), \quad (11)$$

ở đó $d_\mu(x_i) = |\mu_1(x_i) - \mu_2(x_i)|$, $d_\nu(x_i) = |\nu_1(x_i) - \nu_2(x_i)|$, và

$$d_{\mu\nu}(x_i) = |\max\{\mu_1(x_i), \nu_2(x_i)\} - \max\{\mu_2(x_i), \nu_1(x_i)\}|, \quad (12)$$

ở đây, $\sum_{i=1}^m w_i = 1$; $\sum_{s=1}^3 u_s = 1$; $w_{i(i=1,2,\dots,m)} \geq 0$; $u_{s(s=1,2,3)} \geq 0$.

Thuật toán DIMHM: Ý tưởng của DIMHM là sử dụng độ đo modified H-max để tính toán các độ tương tự giữa ảnh đầu vào và tất cả các ảnh mẫu của các bệnh. Độ đo tương tự lớn nhất sẽ cho kết quả chẩn đoán cho ảnh đầu vào.

Thực nghiệm và kết quả:

Trên cùng bộ dữ liệu ảnh [97], phương pháp đề xuất được so sánh các giá trị MAE và MSE với các phương pháp liên quan DIHM, FIS [68], FKNN [18], GCP, GCK, APC [110], và DDS [97].

Tóm lược, độ đo modified H-max và việc học tham số trong phương pháp đề xuất (DIMHM) là các công cụ hiệu quả trong hệ ra quyết định. Trên cùng tập dữ liệu ảnh, DIMHM có sai số chẩn đoán tốt nhất trong tất cả các phương pháp được xem xét.

2.6 Kết luận chương

Chương này đã phát triển khái niệm độ đo đồng đẳng δ cho IFSs và một số tính chất của chúng. Chúng tôi đã đề xuất một mô hình chẩn đoán y khoa sử dụng độ đo đồng đẳng δ để thu được đánh giá tốt nhất về triệu chứng của các bệnh nhân và sau đó kết hợp với phương pháp của Sanchez [88].

Hơn nữa, chúng tôi giới thiệu một độ đo khoảng cách khác của IFSs, gọi là H-max. Ngoài việc trình bày và phân tích các tính chất cơ bản, một vài kết quả về quan hệ giữa các t-chuẩn và t-đối chuẩn mờ trực cảm và độ đo H-max cũng được chỉ ra. Hai phương pháp chẩn đoán y khoa mới từ dữ liệu số và ảnh dựa trên độ đo H-max được biểu diễn.

Các kết quả của chương này đã được công bố trong các bài báo [P1, P2, P5].

3. CÁC BIỂU DIỄN MỚI CỦA HỆ MỜ TRỰC CẢM DƯỚI TẬP PHỨC

3.1 Giới thiệu

Trong chương này, một phương pháp mới dựa trên các số phức IFS-C trong dạng cực được đề xuất để biểu diễn hệ mờ trực cảm. Phần sau đây nêu bật các cải tiến mới đáng kể của IFS-C so với các biểu diễn của các hệ mờ tiến

hóa hiện có:

- Một biểu diễn mới của IFSs dựa trên dạng cực của các số phức (IFSs-C) được giới thiệu.
- Một quan hệ thứ tự toàn phần giữa IFSs-C được đề xuất.
- Các toán tử lý thuyết tập và một độ đo khoảng cách mới của IFS-C được định nghĩa và nghiên cứu các tính chất của chúng.

Hơn nữa, chương này phát triển một tổng quát hóa của biểu diễn của IFSs được giới thiệu trong [104] dựa trên các số quaternion để cung cấp một lớp sâu của biểu cảm trong việc tiếp cận sự mơ hồ và không chắc chắn. Trong phát triển này, chúng tôi định nghĩa các quan hệ thứ tự, các toán tử lý thuyết tập và một số toán tử khác của các tập mờ trực cảm phức quaternion (CIFS-Q) và trình bày các tính chất của chúng. Chúng tôi biểu diễn và phân tích tính chất của các độ đo khoảng cách quaternion trong hai dạng đại số và cực. Chương này cũng xây dựng các mô hình chẩn đoán y tế sử dụng các độ đo đề xuất trên các biểu diễn mới của IFSs và thực nghiệm các mô hình trên các bộ dữ liệu chuẩn.

3.2 IFS-C: Hệ mờ trực cảm dựa trên các số phức

3.2.1 Biểu diễn cực và một quan hệ thứ tự mới của IFSs

Định nghĩa 0.8. Trên không gian \ddot{Z} , cho \ddot{S} là một IFS được đặc trưng bởi hàm phức $\ddot{u} = \ddot{\mu} + j\ddot{\nu} = \ddot{r}e^{j\theta} = \ddot{r}(\cos\theta + j\sin\theta)$ ở đó $j^2 = -1$, hàm mô đun \ddot{r} và hàm đối số θ của \ddot{u} được xác định tương ứng như sau $\ddot{r} = |\ddot{u}| = \sqrt{\ddot{\mu}^2 + \ddot{\nu}^2}$ và

$$\theta = \arg(\ddot{u}) = \begin{cases} \arctan \frac{\ddot{\nu}}{\ddot{\mu}} & \text{nếu } \ddot{\mu} > 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{nếu } \ddot{\mu} = 0, \ddot{\nu} > 0, \\ 0 & \text{nếu } \ddot{\mu} = 0, \ddot{\nu} = 0 \end{cases}$$

với các điều kiện $\ddot{r} \in [0, 1]$, $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$, và $\ddot{r}(\cos\theta + \sin\theta) \leq 1$. Tập \ddot{S} được biểu diễn trong dạng cực như sau

$$\ddot{S} = \{(\ddot{z}, \ddot{r}e^{j\theta}) | \ddot{z} \in \ddot{Z}\} = \{(\ddot{z}, [[\ddot{r}, \theta]]) | \ddot{z} \in \ddot{Z}\}. \quad (13)$$

Xét tập L^\odot và quan hệ trên L^\odot được định nghĩa bởi

$$L^\odot = \{[[\ddot{r}, \theta]] | \ddot{r} \in (0, 1], \theta \in [0, \frac{\pi}{2}], \ddot{r}(\cos\theta + \sin\theta) \leq 1\} \cup \{[[0, 0]]\}, \quad (14)$$

$$[[\ddot{r}_1, \theta_1]] \leq_\odot [[\ddot{r}_2, \theta_2]] \Leftrightarrow \begin{cases} \theta_1 > \theta_2 \\ \theta_1 = \theta_2 \leq \frac{\pi}{4}, \ddot{r}_1 \leq \ddot{r}_2, \\ \theta_1 = \theta_2 > \frac{\pi}{4}, \ddot{r}_1 \geq \ddot{r}_2 \end{cases}, \quad (15)$$

$$[[\ddot{r}_1, \theta_1]] =_{\odot} [[\ddot{r}_2, \theta_2]] \Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{r}_1 = \ddot{r}_2, \theta_1 = \theta_2 \\ \theta_1 = \theta_2 = \frac{\pi}{4} \end{cases}. \quad (16)$$

Thứ tự này là thứ tự toàn phần trên L^{\odot} . Ta kí hiệu $1_{L^{\odot}} = [[1, 0]]$, $0_{L^{\odot}} = [[1, \frac{\pi}{2}]]$.

Mệnh đề 0.12. Cho $\ddot{u}_1, \ddot{u}_2 \in L^*$ và $\ddot{u}_1 \leq \ddot{u}_2$, khi đó $\ddot{u}_1 \leq_{\odot} \ddot{u}_2$.

Trên không gian \ddot{Z} , cho \ddot{S} và \ddot{X} là hai IFSs được xác định bởi hai hàm phức $\ddot{u}_{\ddot{S}} = \ddot{r}_{\ddot{S}} e^{j\theta_{\ddot{S}}}$ và $\ddot{u}_{\ddot{X}} = \ddot{r}_{\ddot{X}} e^{j\theta_{\ddot{X}}}$. Khi đó, quan hệ bao hàm, các toán tử hợp và giao giữa \ddot{S} và \ddot{X} được định nghĩa.

Định nghĩa 0.9. Một phủ định cực mờ trực cảm N là một hàm không tăng $L^{\odot} \rightarrow L^{\odot}$ thỏa mãn $N(0_{L^{\odot}}) = 1_{L^{\odot}}$, $N(1_{L^{\odot}}) = 0_{L^{\odot}}$. N được gọi là một cuộn nếu và chỉ nếu $N(N(\ddot{u})) = \ddot{u}$, $\forall \ddot{u} \in L^{\odot}$.

Mệnh đề 0.13. Toán tử sau đây là một phủ định cực mờ trực cảm cuộn, được gọi là phủ định cực mờ trực cảm chuẩn,

$$N_s(\ddot{u}) = [[\ddot{r}, \frac{\pi}{2} - \theta]], \forall \ddot{u} = [[\ddot{r}, \theta]] \in L^{\odot}.$$

Định nghĩa 0.10. Một ánh xạ $T : L^{\odot} \times L^{\odot} \rightarrow L^{\odot}$ là một t-chuẩn cực mờ trực cảm nếu T thỏa mãn các điều kiện sau $T(\ddot{u}, 1_{L^{\odot}}) = \ddot{u}$, $T(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) = T(\ddot{u}_2, \ddot{u}_1)$, $T(\ddot{u}_1, T(\ddot{u}_2, \ddot{u}_3)) = T(T(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2), \ddot{u}_3)$ và với mọi $\ddot{u}_2 \leq_{\odot} \ddot{u}_3$ thì $T(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) \leq_{\odot} T(\ddot{u}_1, \ddot{u}_3)$.

Mệnh đề 0.14. Cho t là một t-chuẩn mờ trên $[0, 1]$, các toán tử sau là các t-chuẩn cực mờ trực cảm.

$$T_1(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) = \begin{cases} \ddot{u}_1 & \text{nếu } \theta_1 > \theta_2 \\ \ddot{u}_2 & \text{nếu } \theta_1 < \theta_2 \\ [[t(\ddot{r}_1, \ddot{r}_2), \theta_1]] & \text{nếu } \theta_1 = \theta_2 \leq \frac{\pi}{4} \\ [[\ddot{r}_1 \vee \ddot{r}_2, \theta_1]] & \text{nếu } \theta_1 = \theta_2 > \frac{\pi}{4} \end{cases}. \quad (17)$$

Mệnh đề 0.15. Cho t là một t-chuẩn mờ trên $[0, 1]$, các toán tử sau là các t-chuẩn cực mờ trực cảm.

$$T_2(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) = \begin{cases} \ddot{u}_1 & \text{nếu } \theta_1 > (\theta_2 \vee \frac{\pi}{4}) \\ \ddot{u}_2 & \text{nếu } \theta_2 > (\theta_1 \vee \frac{\pi}{4}) \\ [[t(\ddot{r}_1, \ddot{r}_2), \theta_1 \vee \theta_2]] & \text{nếu } \theta_1 \vee \theta_2 \leq \frac{\pi}{4} \\ [[\ddot{r}_1 \vee \ddot{r}_2, \theta_1]] & \text{nếu } \theta_1 = \theta_2 > \frac{\pi}{4} \end{cases}. \quad (18)$$

Định nghĩa 0.11. Một ánh xạ $S : L^\odot \times L^\odot \rightarrow L^\odot$ là một t-đối chuẩn cực mờ trực cảm nếu S thỏa mãn các điều kiện sau $S(\ddot{u}, 0_{L^\odot}) = \ddot{u}$, $S(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) = S(\ddot{u}_2, \ddot{u}_1)$, $S(\ddot{u}_1, S(\ddot{u}_2, \ddot{u}_3)) = S(S(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2), \ddot{u}_3)$, và với mọi $\ddot{u}_2 \leq_\odot \ddot{u}_3$ thì $S(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) \leq_\odot S(\ddot{u}_1, \ddot{u}_3)$.

Mệnh đề 0.16. Cho t là một t -chuẩn mờ trên $[0, 1]$, các toán tử sau là các t -đối chuẩn cực mờ trực cảm.

$$S_1(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) = \begin{cases} \ddot{u}_2 & \text{nếu } \theta_1 > \theta_2 \\ \ddot{u}_1 & \text{nếu } \theta_1 < \theta_2 \\ [[\ddot{r}_1 \vee \ddot{r}_2, \theta_1]] & \text{nếu } \theta_1 = \theta_2 \leq \frac{\pi}{4} \\ [[t(\ddot{r}_1, \ddot{r}_2), \theta_1]] & \text{nếu } \theta_1 = \theta_2 > \frac{\pi}{4} \end{cases}. \quad (19)$$

Mệnh đề 0.17. Cho t là một t -chuẩn mờ trên $[0, 1]$, các toán tử sau là các t -đối chuẩn cực mờ trực cảm.

$$S_2(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) = \begin{cases} \ddot{u}_1 & \text{nếu } \theta_1 < (\theta_2 \wedge \frac{\pi}{4}) \\ \ddot{u}_2 & \text{nếu } \theta_2 < (\theta_1 \wedge \frac{\pi}{4}) \\ [[t(\ddot{r}_1, \ddot{r}_2), \theta_1 \wedge \theta_2]] & \text{nếu } \theta_1 \wedge \theta_2 \geq \frac{\pi}{4} \\ [[\ddot{r}_1 \vee \ddot{r}_2, \theta_1]] & \text{nếu } \theta_1 = \theta_2 < \frac{\pi}{4} \end{cases}. \quad (20)$$

Định nghĩa 0.12. Cho T , S , và N tương ứng là một t -chuẩn cực mờ trực cảm, một t -đối chuẩn cực mờ trực cảm và một phủ định cực mờ trực cảm trên L^\odot . Nếu bộ ba (T, S, N) thỏa mãn các điều kiện sau $S(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) = N(T(N(\ddot{u}_1), N(\ddot{u}_2)))$, khi đó (T, S, N) được gọi là một bộ ba De Morgan cực mờ trực cảm và khi đó T và S được gọi là đối ngẫu qua N .

Mệnh đề 0.18. Cho t là một t -chuẩn mờ trên $[0, 1]$. Khi đó (T_1, S_1, N_s) được xác định bởi các công thức (17) và (19) một bộ ba De Morgan cực mờ trực cảm.

3.2.2 Một độ đo khoảng cách mới của IFS-C

Trong mục này, một vài độ đo khoảng cách trên IFSs được thảo luận và một độ đo khoảng cách mới của IFS-C dựa trên quan hệ thứ tự \leq_\odot trên L^\odot được định nghĩa.

Định nghĩa 0.13. Một hàm $d : L^* \times L^* \rightarrow \mathbb{R}$ là một độ đo khoảng cách nếu nó thỏa mãn đầy đủ các tiên đề sau:

1. $d(x, y) \geq 0$, $d(x, y) = d(y, x)$, và $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$,

$$2. x \leq y \leq z \Rightarrow d(x, y) \leq d(x, z), d(y, z) \leq d(x, z).$$

Các độ đo khoảng cách trước đây được định nghĩa dựa trên các quan hệ thứ tự từng phần trên IFSs. Điều này nghĩa là tính chất thứ hai trong Định nghĩa 0.13 không có chiều ngược lại. Vấn đề này sẽ được cải thiện bởi độ đo đề xuất như sau.

Định nghĩa 0.14. Cho $\ddot{u}_1 = \ddot{r}_1 e^{j\theta_1}$ và $\ddot{u}_2 = \ddot{r}_2 e^{j\theta_2}$ là hai hàm phức ở dạng cực. Khi đó, độ đo khoảng cách P trên L^\odot được xác định bởi

$$d_P(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) = \begin{cases} 1 - \cos\left(\frac{1}{2}|\theta_1 - \theta_2| + \frac{\pi}{4}\right) & \text{nếu } \theta_1 \neq \theta_2 \\ |\ddot{r}_1 - \ddot{r}_2| \left(1 - \cos\left|\theta_1 - \frac{\pi}{4}\right|\right) & \text{nếu } \theta_1 = \theta_2 \end{cases}. \quad (21)$$

Mệnh đề 0.19. Với mọi $\ddot{u}_i = \ddot{r}_i e^{j\theta_i}$ ($i = 1, 2, 3$) là các hàm phức ở dạng cực. Cho d_P là độ đo khoảng cách P trên L^\odot , khi đó

1. $d_P(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) \in [0, 1]$ và $d_P(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) = d_P(\ddot{u}_2, \ddot{u}_1)$,
2. $d_P(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) = 0 \Leftrightarrow \ddot{u}_1 = \ddot{u}_2$, $d_P(1_{L^\odot}, 0_{L^\odot}) = 1$,
3.
$$\begin{cases} \ddot{u}_1 \leq \ddot{u}_2 \leq \ddot{u}_3 \\ \ddot{u}_1 \geq \ddot{u}_2 \geq \ddot{u}_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_P(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) \leq d_P(\ddot{u}_1, \ddot{u}_3) \\ d_P(\ddot{u}_2, \ddot{u}_3) \leq d_P(\ddot{u}_1, \ddot{u}_3) \end{cases},$$
4. $d_P(\ddot{u}_1, \ddot{u}_2) = d_P(N_s(\ddot{u}_1), N_s(\ddot{u}_2))$, $d_P(\ddot{u}_1, N_s(\ddot{u}_2)) = d_P(N_s(\ddot{u}_1), \ddot{u}_2)$.

3.3 Biểu diễn tập mờ trực cảm phức bởi các số Quaternion

3.3.1 Một biểu diễn mới của các tập mờ trực cảm phức dựa trên các số Quaternion

Chúng tôi đề xuất mở rộng biểu diễn của các tập mờ trực cảm phức thông qua các số quaternion.

Định nghĩa 0.15. Cho \ddot{U} là một không gian. \ddot{F}_Q là một tập mờ trực cảm phức trên \ddot{U} được định nghĩa bởi hàm quaternion (CIFS-Q) với hàm quaternion $Q = \ddot{q} = \ddot{\alpha} + i\ddot{\beta} + j\ddot{\omega} + k\ddot{\gamma}$, ở đó i, j, k là các căn phức, $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$. Ở đây $\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}, \ddot{\omega}$, và $\ddot{\gamma}$ tương ứng là các hàm thuộc thực, thuộc ảo, không thuộc thực, và không thuộc ảo. Các hàm $\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}, \ddot{\omega}$, và $\ddot{\gamma}$ thỏa mãn các điều kiện sau, $\ddot{\alpha}(u), \ddot{\beta}(u), \ddot{\omega}(u), \ddot{\gamma}(u) \in [0, 1]$, $\ddot{\alpha}(u) + \ddot{\beta}(u) \leq 1$, $\ddot{\omega}(u) + \ddot{\gamma}(u) \leq 1$, $\ddot{\alpha}(u) + \ddot{\omega}(u) \leq 1$, và $\ddot{\beta}(u) + \ddot{\gamma}(u) \leq 1, \forall u \in \ddot{U}$.

Khi đó, tập mờ trực cảm phức \ddot{F}_Q được biểu diễn bởi hàm quaternion \ddot{q} như sau

$$\ddot{F}_Q = \{(u, Q(u)) : u \in \ddot{U}\}. \quad (22)$$

Hàm quaternion $Q = \ddot{q}$ được gọi là hàm quaternion đặc trưng của CIFS- Q và được viết lại như sau $\ddot{q} = (\ddot{\alpha} + i\ddot{\beta}) + j(\ddot{\omega} - i\ddot{\gamma}) = \ddot{\mu} + j\ddot{\nu}$, ở đây $\ddot{\mu} = \ddot{\alpha} + i\ddot{\beta}$ là hàm thuộc phức, và $\ddot{\nu} = \ddot{\omega} - i\ddot{\gamma}$ là hàm không thuộc phức.

Bây giờ, chúng ta xét tập Q^* được định nghĩa bởi

$$Q^* = \{\ddot{q} = (\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}, \ddot{\omega}, \ddot{\gamma}) | \ddot{\alpha}, \ddot{\beta}, \ddot{\omega}, \ddot{\gamma}, \ddot{\alpha} + \ddot{\beta}, \ddot{\omega} + \ddot{\gamma}, \ddot{\alpha} + \ddot{\omega}, \ddot{\beta} + \ddot{\gamma} \in [0, 1]\}.$$

Trên Q^* , $\ddot{q}_1 \leq \ddot{q}_2 \Leftrightarrow \ddot{\alpha}_1 \leq \ddot{\alpha}_2, \ddot{\beta}_1 \geq \ddot{\beta}_2, \ddot{\omega}_1 \geq \ddot{\omega}_2, \ddot{\gamma}_1 \leq \ddot{\gamma}_2$. Ta kí hiệu $1_{Q^*} = (1, 0, 0, 1)$ và $0_{Q^*} = (0, 1, 1, 0)$.

3.3.2 Các toán tử lôgic và đại số

Phần này trình bày một số toán tử lôgic và đại số trên biểu diễn đề xuất của các tập mờ trực cảm phức và các tính chất của chúng.

3.3.3 Độ đo khoảng cách quaternion

3.3.3.1 Độ đo khoảng cách ở dạng đại số

Định nghĩa 0.16. Với mọi $\ddot{q}_1, \ddot{q}_2 \in Q^*$, độ đo khoảng cách quaternion Euclid được định nghĩa bởi $d_E(\ddot{q}_1, \ddot{q}_2) = |\ddot{q}_1 - \ddot{q}_2|$

$$= \sqrt{(\ddot{\alpha}_1 - \ddot{\alpha}_2)^2 + (\ddot{\beta}_1 - \ddot{\beta}_2)^2 + (\ddot{\omega}_1 - \ddot{\omega}_2)^2 + (\ddot{\gamma}_1 - \ddot{\gamma}_2)^2}. \quad (23)$$

Mệnh đề 0.20. Với mọi $\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \ddot{q}_3 \in Q^*$, độ đo khoảng cách quaternion Euclid thỏa mãn các tính chất sau:

1. $0 \leq d_E(\ddot{q}_1, \ddot{q}_2)$, $d_E(\ddot{q}_1, \ddot{q}_2) = 0 \Leftrightarrow \ddot{q}_1 = \ddot{q}_2$,
2. $d_E(\ddot{q}_1, \ddot{q}_2) = d_E(\ddot{q}_2, \ddot{q}_1)$,
3. $d_E(\ddot{q}_1, \ddot{q}_2) + d_E(\ddot{q}_2, \ddot{q}_3) \geq d_E(\ddot{q}_1, \ddot{q}_3)$.
4. $\max(d_E(\ddot{q}_1, \ddot{q}_2), d_E(\ddot{q}_2, \ddot{q}_3)) \leq d_E(\ddot{q}_1, \ddot{q}_3)$, nếu $\ddot{q}_1 \leq \ddot{q}_2 \leq \ddot{q}_3$.

3.3.3.2 Quan hệ thứ tự và khoảng cách mới dựa trên dạng cực của các số Quaternion

Định nghĩa 0.17. Cho $\ddot{q} = \ddot{\alpha} + i\ddot{\beta} + j\ddot{\omega} + k\ddot{\gamma} = (\ddot{\alpha} + i\ddot{\beta}) + j(\ddot{\omega} - i\ddot{\gamma}) = \ddot{\mu} + j\ddot{\nu} \in Q^*$ là một hàm quaternion trên Q^* , thì dạng cực của \ddot{q} là

$$\ddot{q} = \ddot{r}_\mu e^{i\theta_\mu} + j\ddot{r}_\nu e^{i\theta_\nu}, \quad (24)$$

ở đó $\ddot{\mu} = \ddot{r}_\mu e^{i\theta_\mu}$ và $\ddot{\nu} = \ddot{r}_\nu e^{i\theta_\nu}$ tương ứng là dạng cực của các số phức $\ddot{\mu}$ và $\ddot{\nu}$. Ở đây,

$$\ddot{r}_\mu = |\ddot{\mu}| = \sqrt{\ddot{\alpha}^2 + \ddot{\beta}^2}, \ddot{r}_\nu = |\ddot{\nu}| = \sqrt{\ddot{\omega}^2 + \ddot{\gamma}^2},$$

$$\theta_\mu = \begin{cases} \arctan \frac{\ddot{\beta}}{\ddot{\alpha}} & \text{nếu } \ddot{\alpha} > 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{nếu } \ddot{\alpha} = 0, \beta > 0 \\ 0 & \text{nếu } \ddot{\alpha} = 0, \ddot{\beta} = 0 \end{cases}, \quad \theta_\nu = \begin{cases} \arctan \frac{-\ddot{\gamma}}{\ddot{\omega}} & \text{nếu } \ddot{\omega} > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{nếu } \ddot{\omega} = 0, \ddot{\gamma} > 0 \\ 0 & \text{nếu } \ddot{\omega} = 0, \ddot{\gamma} = 0 \end{cases}.$$

Ta có thể viết $\ddot{q} = (\ddot{\mu}, \ddot{\nu}) = ([[\ddot{r}_\mu, \theta_\mu]], [[\ddot{r}_\nu, \theta_\nu]])$, ở đó $\ddot{r}_\mu, \ddot{r}_\nu$, tương ứng là các hàm mô đun của $\ddot{\mu}, \ddot{\nu}$, và θ_μ, θ_ν tương ứng là các hàm đối số của $\ddot{r}_\mu, \ddot{r}_\nu$.

Định nghĩa 0.18. Cho $\ddot{q}_i = ([[\ddot{r}_{\mu i}, \theta_{\mu i}]], [[\ddot{r}_{\nu i}, \theta_{\nu i}]])$ ($i = 1, 2$) là các hàm quaternion, và $\ddot{q}_1, \ddot{q}_2 \in Q^*$. Quan hệ thứ tự \leq_* trên Q^* được định nghĩa bởi

$$\ddot{q}_1 \leq_* \ddot{q}_2 \Leftrightarrow \begin{cases} [[\ddot{r}_{\mu 1}, \theta_{\mu 1}]] \leq_* [[\ddot{r}_{\mu 2}, \theta_{\mu 2}]] \\ [[\ddot{r}_{\nu 1}, \theta_{\nu 1}]] \geq_* [[\ddot{r}_{\nu 2}, \theta_{\nu 2}]] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \theta_{\mu 1} > \theta_{\mu 2} \\ \theta_{\mu 1} = \theta_{\mu 2} \leq \frac{\pi}{4}, \ddot{r}_{\mu 1} \leq \ddot{r}_{\mu 2} \\ \theta_{\mu 1} = \theta_{\mu 2} > \frac{\pi}{4}, \ddot{r}_{\mu 1} \geq \ddot{r}_{\mu 2} \\ \theta_{\nu 1} > \theta_{\nu 2} \\ \theta_{\nu 1} = \theta_{\nu 2} \geq -\frac{\pi}{4}, \ddot{r}_{\nu 1} \leq \ddot{r}_{\nu 2} \\ \theta_{\nu 1} = \theta_{\nu 2} < -\frac{\pi}{4}, \ddot{r}_{\nu 1} \geq \ddot{r}_{\nu 2} \end{cases}, \quad (25)$$

Mệnh đề 0.21. Cho $\ddot{q}_1, \ddot{q}_2 \in Q^*$ và $\ddot{q}_1 \leq \ddot{q}_2$, khi đó $\ddot{q}_1 \leq_* \ddot{q}_2$.

Bây giờ, chúng tôi giới thiệu một độ đo khoảng cách mới dựa trên quan hệ thứ tự \leq_* .

Định nghĩa 0.19. Cho $\ddot{q}_1, \ddot{q}_2 \in Q^*$. Độ đo khoảng cách θ trên Q^* là

$$d_\theta(\ddot{q}_1, \ddot{q}_2) = \frac{1}{2}(d_{1\theta}(\ddot{\mu}_1, \ddot{\mu}_2) + d_{2\theta}(\ddot{\nu}_1, \ddot{\nu}_2)), \quad (26)$$

ở đó

$$d_{1\theta}(\ddot{\mu}_1, \ddot{\mu}_2) = \begin{cases} 1 - \cos\left(\frac{1}{2}|\theta_{\mu 1} - \theta_{\mu 2}| + \frac{\pi}{4}\right) & \text{nếu } \theta_{\mu 1} \neq \theta_{\mu 2} \\ |\ddot{r}_{\mu 1} - \ddot{r}_{\mu 2}| \left(1 - \cos\left|\theta_\mu - \frac{\pi}{4}\right|\right) & \text{nếu } \theta_{\mu 1} = \theta_{\mu 2} = \theta_\mu \end{cases},$$

$$d_{2\theta}(\ddot{\nu}_1, \ddot{\nu}_2) = \begin{cases} 1 - \cos\left(\frac{1}{2}|\theta_{\nu 1} - \theta_{\nu 2}| + \frac{\pi}{4}\right) & \text{nếu } \theta_{\nu 1} \neq \theta_{\nu 2} \\ |\ddot{r}_{\nu 1} - \ddot{r}_{\nu 2}| \left(1 - \cos\left|\theta_\nu + \frac{\pi}{4}\right|\right) & \text{nếu } \theta_{\nu 1} = \theta_{\nu 2} = \theta_\nu \end{cases}.$$

Mệnh đề 0.22. Độ đo khoảng cách θ trên Q^* thỏa mãn các tính chất sau.

1. $d_\theta(\ddot{q}_1, \ddot{q}_2) \in [0, 1]$, $d_\theta(\ddot{q}_1, \ddot{q}_2) = d_\theta(\ddot{q}_2, \ddot{q}_1)$.
2. $d_\theta(\ddot{q}_1, \ddot{q}_2) = 0 \Leftrightarrow \ddot{q}_1 =_* \ddot{q}_2$, $d_\theta(1_{Q^*}, 0_{Q^*}) = 1$.
3. $\max(d_\theta(\ddot{q}_1, \ddot{q}_2), d_\theta(\ddot{q}_2, \ddot{q}_3)) \leq d_\theta(\ddot{q}_1, \ddot{q}_3)$, nếu $\ddot{q}_1 \leq_* \ddot{q}_2 \leq_* \ddot{q}_3$.

3.4 Các ứng dụng trong chẩn đoán y khoa

3.4.1 Khoảng cách mờ trực cảm phức

3.4.1.1 Mô hình ra quyết định PDM

Một phương pháp ra quyết định mới dựa trên biểu diễn của IFS-C và độ đo khoảng cách P (PDM) được đề xuất. PDM gồm các bước sau:

1) *Phức hóa bởi các hàm mờ đơn và đối số*: Các giá trị thuộc tính được mã hóa bởi các hàm mờ đơn và đối số.

2) *Quá trình đào tạo*: Cơ sở tri thức được tính toán dựa trên hàm tương quan Pearson giữa các giá trị thuộc tính và các nhãn phân lớp tương ứng.

3) *Quá trình kiểm tra*: Mức độ liên quan giữa mỗi đối tượng và cơ sở tri thức được tính dựa trên độ đo khoảng cách P -distance xác định bởi (21).

3.4.1.2 Thực nghiệm trên các bộ dữ liệu chuẩn

Bộ dữ liệu thực nghiệm: Ba bộ dữ liệu chuẩn bao gồm ILPD, Diabetes, và BCW.

Các công cụ thực nghiệm: PDM được so sánh với các phương pháp SA, J, W, WX, SK1-1, SK1-2, SK1-3, SK1-4, SK2, ZJ, VS, H-max và các phương pháp của Y. Wang và cộng sự (SPA) [116], Yan & Xu (CM-SPA) [121], và Kumar & Garg (SPA-TOPSIS) [53].

So sánh hiệu suất: Giá trị MAE của phương pháp PDM là tốt hơn của các phương pháp khác trên các bộ dữ liệu ILPD, Diabetes, và BCW. Giá trị sec của thuật toán đề xuất là không quá khác so với của các thuật toán khác trên mỗi bộ dữ liệu được xét.

3.4.2 Độ đo khoảng cách quaternion

3.4.2.1 Mô hình ra quyết định dựa trên độ đo khoảng cách quaternion

Trong mục này, một mô hình ra quyết định mới sử dụng độ đo khoảng cách quaternion, kí hiệu là QDM, được trình bày. Mô hình này được phát triển từ mô hình 1, ở đó các hàm mờ hóa và độ đo H-max tương ứng được thay thế bởi các hàm siêu phức hóa và độ đo khoảng cách quaternion. Mô hình QDM model được thực hiện theo 2 dạng: C-QDM và P-QDM. Chúng được mô tả chi tiết như sau.

Phương pháp C-QDM:

1. *Siêu phức hóa*: Xét một bộ dữ liệu y tế với m bản ghi của m bệnh nhân tương ứng p_i ($i = 1, \dots, m$) và với n thuộc tính của một bệnh D . Cho y_i là

kết quả phân lớp (chẩn đoán) của bệnh nhân p_i . Các mối quan hệ giữa bệnh nhân p_i và các thuộc tính S_l được biểu diễn bởi $(\ddot{\alpha}_{i1}, \ddot{\beta}_{i1}, \ddot{\omega}_{i1}, \ddot{\gamma}_{i1})$. Cụ thể, trên mỗi thuộc tính S_l ($l = 1, \dots, n$), tất cả các giá trị của p_{il} (đặc tính các thuộc tính của bệnh nhân p_i) được siêu phức hóa (mã hóa) ở dạng đại số thông qua các hàm sau.

$$\ddot{\alpha}_l(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < a_l \\ \frac{x-a_l}{b_l-a_l} & \text{if } a_l \leq x \leq b_l \\ 1 & \text{if } x > b_l \end{cases}, \quad \ddot{\beta}_l(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x < a'_l \\ \frac{b'_l-x}{b'_l-a'_l} & \text{if } a'_l \leq x \leq b'_l \\ 0 & \text{if } x > b'_l \end{cases}, \quad (27)$$

$$\ddot{\omega}_l(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x < a'_l \\ \left(\frac{b'_l-x}{b'_l-a'_l}\right)^2 & \text{if } a'_l \leq x \leq b'_l \\ 0 & \text{if } x > b'_l \end{cases}, \quad \ddot{\gamma}_l(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < a_l \\ \left(\frac{x-a_l}{b_l-a_l}\right)^2 & \text{if } a_l \leq x \leq b_l \\ 1 & \text{if } x > b_l \end{cases}, \quad (28)$$

ở đó $a_l \geq a'_l, b_l \geq b'_l$.

2. *Quá trình đào tạo:* Cho bộ dữ liệu đào tạo là một tập gồm t bản ghi và bộ dữ liệu kiểm tra gồm $(m - t)$ bản ghi còn lại. Đặc tính các thuộc tính $(\ddot{\alpha}_{ld}, \ddot{\beta}_{ld}, \ddot{\omega}_{ld}, \ddot{\gamma}_{ld})$ của bệnh D được tính toán dựa trên hàm tương quan Pearson giữa các giá trị p_{il} và các nhãn phân lớp tương ứng $Y = \{y_i\}_{i=1, \dots, t}$.

3. *Quá trình kiểm tra:* Mối quan hệ giữa bệnh nhân p_i và bệnh D được tính toán bởi độ đo cho bởi công thức (23). Cho tập các nhãn bệnh là $\{1, 2\}$, khi đó $y_i = \begin{cases} 1 & \text{nếu } d_i \geq e \\ 2 & \text{nếu } d_i < e \end{cases}, \forall i = (t + 1), \dots, m$, ở đó $e \in [0, 1]$ là giá trị ngưỡng đã được đào tạo bằng việc thực hiện phương pháp kiểm tra trên t bản ghi của quá trình đào tạo.

Phương pháp P-QDM:

P-QDM được xây dựng bằng việc thay thế các biểu diễn đại số và độ đo khoảng cách quaternion Euclid trong phương pháp C-QDM bằng các biểu diễn cực và độ đo θ -distance. Cụ thể như sau,

1. *Bước Siêu phức hóa:* Các mối quan hệ giữa bệnh nhân p_i và các thuộc tính S_l được biểu diễn ở dạng cực, $([[\ddot{r}_{\mu il}, \theta_{\mu il}], [[\ddot{r}_{\nu il}, \theta_{\nu il}]])$, bởi các hàm mô đun và đối số như sau

$$\ddot{r}_{\mu l}(x) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } x < a_l \\ \left(\frac{b_l-x}{b_l-a_l}\right)^2 & \text{nếu } a_l \leq x \leq b_l \\ 0 & \text{nếu } x > b_l \end{cases}, \quad \theta_{\mu l}(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{nếu } x < a_l \\ \frac{\pi}{2} \cdot \frac{b_l-x}{b_l-a_l} & \text{nếu } a_l \leq x \leq b_l \\ 0 & \text{nếu } x > b_l \end{cases}, \quad (29)$$

$$\ddot{r}_{\nu l}(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < a_l \\ \left(\frac{x-a_l}{b_l-a_l}\right)^2 & \text{nếu } a_l \leq x \leq b_l \\ 1 & \text{nếu } x > b_l \end{cases}, \quad \theta_{\nu l}(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < a_l \\ \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a_l-x}{b_l-a_l} & \text{nếu } a_l \leq x \leq b_l \\ -\frac{\pi}{2} & \text{nếu } x > b_l \end{cases}, \quad (30)$$

ở đó $i = 1, \dots, m; l = 1, \dots, n$.

2. Bước *Quá trình đào tạo*: Đặc tính các thuộc tính của bệnh D được xác định bởi $([[\ddot{r}_{\mu ld}, \theta_{\mu ld}], [[\ddot{r}_{\nu ld}, \theta_{\nu ld}]])$, ở đó

$$\theta_{\mu ld} = \frac{|M[\theta_{\mu il}Y] - M[\theta_{\mu il}]M[Y]|}{\sqrt{M[\theta_{\mu il}^2] - M[\theta_{\mu il}]^2} \sqrt{M[Y^2] - M[Y]^2}}, \quad (31)$$

$$\ddot{r}_{\mu ld} = \min\left\{\frac{1}{\sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{4} - \theta_{\mu ld})}, \frac{|M[\ddot{r}_{\mu il}Y] - M[\ddot{r}_{\mu il}]M[Y]|}{\sqrt{M[\ddot{r}_{\mu il}^2] - M[\ddot{r}_{\mu il}]^2} \sqrt{M[Y^2] - M[Y]^2}}\right\}, \quad (32)$$

$$\theta_{\nu ld} = \frac{|M[\theta_{\nu il}Y] - M[\theta_{\nu il}]M[Y]|}{\sqrt{M[\theta_{\nu il}^2] - M[\theta_{\nu il}]^2} \sqrt{M[Y^2] - M[Y]^2}}, \quad (33)$$

$$\ddot{r}_{\nu ld} = \min\left\{1 - \ddot{r}_{\mu ld}, \frac{1}{\sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{4} + \theta_{\nu ld})}, \frac{|M[\ddot{r}_{\nu il}Y] - M[\ddot{r}_{\nu il}]M[Y]|}{\sqrt{M[\ddot{r}_{\nu il}^2] - M[\ddot{r}_{\nu il}]^2} \sqrt{M[Y^2] - M[Y]^2}}\right\}. \quad (34)$$

với $M[X = \{x_i\}_{i=1, \dots, t}] = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t x_i, i = 1, \dots, t$.

3. Bước *Quá trình kiểm tra*: chúng tôi sử dụng độ đo được cho bởi các công thức (26).

3.4.2.2 Thực nghiệm trên các bộ dữ liệu thực

Môi trường và các bộ dữ liệu thực nghiệm:

Chúng tôi so sánh các phương pháp đề xuất (C-QDM, P-QDM) với các phương pháp WX, SK1-1, SK1-2, SK1-3, SK1-4, SK2, VS, ZJ, W, SA, J, H-max trên 5 bộ dữ liệu chuẩn bao gồm ILPD, Diabetes, HS, Ecoli, và BCW.

Các kết quả thực nghiệm:

Các giá trị MAE của C-QDM và P-QDM là nhỏ hơn (tốt hơn) của các thuật toán khác trên 5 bộ dữ liệu được xét. Nói chung, thời gian tính toán của C-QDM và P-QDM không quá khác với của các phương pháp khác.

3.5 Kết luận chương

Trong chương này, một biểu diễn mới của các hệ mờ trực cảm dựa trên các số phức (IFS-C) được đề xuất. Một quan hệ thứ tự toàn phần, một số các toán tử lý thuyết tập, và một độ đo khoảng cách mới của IFS-C được nghiên cứu. Thêm nữa, một khái niệm mới của IFSs dựa trên các số quaternion được

giới thiệu. Một số toán tử được định nghĩa và các tính chất của chúng được nghiên cứu. Hơn thế nữa, một quan hệ thứ tự mờ trực cảm mới và các độ đo khoảng cách dựa trên các số quaternion được đề xuất.

Hai phương pháp ra quyết định mới được biểu diễn dựa trên độ đo khoảng cách P -distance và độ đo khoảng cách quaternion, tương ứng được gọi là PDM và QDM. Hai phương pháp đề xuất này được đánh giá thực nghiệm trên các bộ dữ liệu y tế chuẩn để so sánh với các phương pháp liên quan và hiệu suất thu được của chúng là tốt hơn.

Các kết quả nghiên cứu của chương này đã được công bố trên hai bài báo [P3, P4].

KẾT LUẬN & CÁC NGHIÊN CỨU TRONG TƯƠNG LAI

Từ các đề xuất đã được thảo luận trong các chương 2 và 3, luận án này đã giới thiệu các độ đo và biểu diễn mờ trực cảm mới của các hệ mờ trực cảm, từ đó phát triển các phương pháp ra quyết định mới ứng dụng trong vấn đề chẩn đoán y khoa. Cụ thể, các kết quả đóng góp chính của luận án như sau:

1. Giới thiệu một độ đo đồng đẳng và các độ đo khoảng cách mờ trực cảm mới. Các tính chất cơ bản của chúng và một số tính chất liên quan đến các toán tử lý thuyết tập và các mối quan hệ mờ trực cảm được trình bày. Hơn nữa, trong thực nghiệm, các phương pháp ra quyết định dựa trên những độ đo này là hiệu quả hơn các thuật toán liên quan trên các bộ dữ liệu y tế chuẩn được lấy từ UCI. Các đề xuất này đã được công bố trên các bài báo [P1, P2]. Hơn thế nữa, một mô hình ra quyết định mới dựa trên độ đo đề xuất được ứng dụng cho bài toán chẩn đoán y tế từ ảnh và đã công bố trong bài báo [P5].

2. Đề xuất hai biểu diễn mới của các hệ mờ trực cảm dựa trên các số phức và số Quaternion. Các biểu diễn này được sử dụng để xây dựng quan hệ thứ tự mờ trực cảm toàn phần và biểu diễn thông tin mờ trực cảm đa chiều, vượt qua hạn chế của các quan hệ thứ tự và các biểu diễn hiện có. Trên các bộ dữ liệu y tế UCI, các phương pháp chẩn đoán dựa trên các biểu diễn đề xuất có độ chính xác cao hơn các thuật toán liên quan. Các kết quả này được công bố trên [P3, P4].

Bên cạnh những kết quả nghiên cứu đạt được, luận án còn tồn tại một số

hạn chế như sau:

- Một số toán tử trên các biểu diễn mới chưa được nghiên cứu chẳng hạn các toán tử kéo theo và đối kéo theo mờ trực cảm.

- Trong hệ thống ra quyết định đề xuất, việc chọn các hàm mờ hóa và phức hóa phù hợp với một bộ dữ liệu thực là một công việc khó khăn.

Sự phát triển tiếp theo của nghiên cứu trong luận án sẽ tập trung vào các điểm sau.

- Xây dựng hệ thống lý thuyết trên các đề xuất một cách đầy đủ hơn.

- Nghiên cứu các hàm mờ hóa và phức hóa khác và cải thiện các tham số của chúng nhằm nâng cao độ chính xác của hệ ra quyết định.

- Đánh giá hiệu suất của các phương pháp đề xuất trên các bộ dữ liệu lớn hơn.

- Mở rộng ứng dụng tới các lĩnh vực khác chẳng hạn các vấn đề dự báo hạn hán hay nhận dạng mẫu.

Cụ thể,

- + Độ đo đồng đẳng δ có trọng số sẽ được nghiên cứu.

- + Chúng tôi sẽ phát triển các độ đo khoảng cách cho các tập mờ nâng cao, chẳng hạn tập mờ bức tranh [25] và tập trung tính [90].

- + Các toán tử logic và các độ đo khác dựa trên các biểu diễn đề xuất, chẳng hạn toán tử kéo theo và độ đo đồng đẳng, sẽ được nghiên cứu.

- + Tiếp tục mở rộng lý thuyết tập và logic mờ trực cảm phức dựa trên các số quaternion.

DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC CỦA TÁC GIẢ ĐÃ CÔNG BỐ

- P1 **Roan Thi Ngan**, Mumtaz Ali, & Le Hoang Son (2018). δ -equality of intuitionistic fuzzy sets: a new proximity measure and applications in medical diagnosis. *Applied Intelligence*, 48(2), 499-525. (SCI, 2018 IF= 2.882, Springer)
- P2 **Roan Thi Ngan**, Le Hoang Son, Bui Cong Cuong, & Mumtaz Ali (2018). H-max distance measure of intuitionistic fuzzy sets in decision making. *Applied Soft Computing*, 69, 393-425. (SCIE, 2018 IF = 4.873, Elsevier)
- P3 Le Hoang Son, **Roan Thi Ngan**, Mumtaz Ali, Hamido Fujita, Nguyen Long Giang, Gunasekaran Manogaran, & Malarvizhi K. Priyan (2019). A New Representation of Intuitionistic Fuzzy Systems and Their Applications in Critical Decision Making. *IEEE Intelligent Systems*, 35(1), 6-17. (SCI, 2018 IF = 4.464, IEEE)
- P4 **Roan Thi Ngan**, Le Hoang Son, Mumtaz Ali, Dan E. Tamir, Naphtali D. Rische, Abraham Kandel (2019). Representing Complex Intuitionistic Fuzzy Set by Quaternion Numbers and Applications to Decision Making. *Applied Soft Computing*, 87, 105961, 1-15. (SCIE, 2018 IF = 4.873, Elsevier)
- P5 **Roan Thi Ngan**, Bui Cong Cuong, Tran Manh Tuan, & Le Hoang Son (2018, August). Medical Diagnosis from Images with Intuitionistic Fuzzy Distance Measures. *In International Joint Conference on Rough Sets* (pp. 479-490). Springer, Cham.